Université Mohammed 1er
Faculté des sciences juridiques
économiques et sociales-Oujda

Filière économie et gestion
Semestre 3, Grs A et B
Session normale (10/02/2018)

Examen d'Echantillonnage et Estimation (QCM, durée 1heure)

Nom et Prénoms : ………………………………………………………………..   N°Examen : ……………………………….

Date et lieu de naissance : ……………………………………………………   N°Apogée : ………………………………….

➡ Signature :

I) Identifier la <u>bonne</u> réponse

Une société spécialisée dans l'impression sur textile a sélectionné un échantillon de 12 de ses clients. La société veut connaitre l'âge moyen μ et la variance σ^2 de la population de ses clients. Elle a obtenu les résultats suivants : $\sum_{i=1}^{12} x_i = 330$ et $\sum_{i=1}^{12}(x_i - \bar{x}_{12})^2 = 1336$

a. L'intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 95% est

- ☐ [19.64 , 35.36]
- ★ [20.498, 34.502]
- ☐ [21.748 , 38.252]
- ☐ [18.564, 36.436]

b. L'estimation sans biais de la variance σ^2 est

- ☐ 111.33
- ☐ 95.26
- ★ 121.45
- ☐ 99.50

c. L'intervalle de confiance de σ^2 au niveau de confiance 95% est

- ☐ [55.9, 320.6]
- ☐ [59 , 320.6]
- ★ [61 , 349.7]
- ☐ [66.5, 381.5]

d. La société veut connaitre l'avis de ses clients sur la qualité de l'impression après un mois passé, elle veut sélectionner un échantillon pour estimer la proportion p des clients qui sont toujours satisfait de l'impression après un mois écoulé. Quelle serait la taille minimale de l'échantillon qui garantit à 95% une estimation précise à 0.02 (erreur absolue 0.02) :

- ☐ 31
- ☐ 1201
- ☐ 101
- ★ 2401

e. Un estimateur de la proportion p basé sur un échantillon ESSR est la moyenne $\bar{p}_n$, $\bar{p}_n$ est de variance

- ★ $\frac{p(1-p)}{n}$
- ☐ $\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}$
- ☐ $\frac{\sqrt{p(1-p)}}{n}$
- ☐ $\frac{p(1-p)}{\sqrt{n}}$

f. Pour un échantillon de taille 60 clients, on a constaté que 45 sont toujours satisfait, l'intervalle de confiance de la proportion p pour un niveau de confiance 95% est :

- ☐ [60.82% , 89.18%]
- ★ [64.04%, 85.96%]
- ☐ [66.23% , 83.77%]
- ☐ [58.88%, 91.12%]

II) Identifier la <u>mauvaise</u> réponse

a. La valeur prise par la v.a. $\bar{X}_n$ au moment de l'observation est une

- ★ valeur aléatoire
- ☐ réalisation de variable aléatoire
- ☐ valeur déterministe
- ☐ une valeur dans l'espace d'observation E

b. le sondage stratifié

- ☐ consiste à diviser la population en sous populations homogènes.
- ☐ est utilisé lorsque les variances externes des strates sont grandes.
- ☐ est utilisé lorsque les variances internes des strates sont faibles.
- ★ est une méthode d'échantillonnage non aléatoire.

c. Soit $L_\theta(X_1,\cdots,X_n)$ la vraisemblance de l'échantillon $X_1,\cdots,X_n$ et soit $\hat{\theta}_n$ l'estimateur du maximum de vraisemblance associé, alors :

- ☐ $L_{\hat{\theta}_n}(X_1,\cdots,X_n) \geq L_\theta(X_1,\cdots,X_n), \forall\theta$
- ★ $L_{\hat{\theta}_n}(X_1,\cdots,X_n) \leq L_\theta(X_1,\cdots,X_n), \forall\theta$
- ☐ $\frac{\partial L_\theta}{\partial\theta}(X_1,\cdots,X_n) = 0$ pour $\theta = \hat{\theta}_n$
- ☐ $\frac{\partial^2 L_\theta}{\partial\theta^2}(X_1,\cdots,X_n) < 0$ pour $\theta = \hat{\theta}_n$

d. Soit $\hat{\theta}_n$ un estimateur sans biais de θ avec $Var(\hat{\theta}_n) = \theta\frac{2}{n(2n-1)}$ alors

- ★ $MSE(\hat{\theta}_n) = 0$
- ☐ $\hat{\theta}_n$ est un estimateur convergent de θ
- ☐ $MSE(\hat{\theta}_n) - Var(\hat{\theta}_n) = 0$
- ☐ $MSE(\hat{\theta}_n) \to 0$ quand $n \to +\infty$

III) Identifier la <u>bonne</u> réponse

On a prélevé un échantillon de 100 employés spécialisés dans une usine A. La variable étudiée est le rendement par heure. Le rendement moyen observé est égale à $\bar{x} = 42$ pièces par heure, la variance de l'échantillon est égale à $s^2 = 108$. Le responsable de GRH de l'usine A affirme que le rendement μ_A des employés dans l'usine A est supérieur à 40. On veut construire un test d'hypothèse pour vérifier si le responsable GRH a raison.

a. Le test d'hypothèse est le suivant :

- ★ H_0: $\mu_A \leq 40$, $H_1 : \mu_A > 40$
- ☐ H_0: $\mu_A \geq 40$, $H_1 : \mu_A < 40$
- ☐ H_0: $\mu_A < 40$, $H_1 : \mu_A \geq 40$
- ☐ H_0: $\mu_A > 40$, $H_1 : \mu_A \leq 40$

b. Pour un niveau de signification $\alpha = 5\%$, la règle de décision sera :

- ★ Rejeter H_0 si $\bar{x} > 41.7$
- ☐ Rejeter H_0 si $\bar{x} < 41.7$
- ★ Rejeter H_0 si $T = \frac{\bar{x}-40}{s/10} > 1.64$
- ☐ Rejeter H_0 si $T = \frac{\bar{x}-42}{s/10} > 1.64$

c. La conclusion du test est ; au seuil 5% :

- ☐ Le rendement dans l'usine A est inférieure à 40
- ★ Le rendement dans l'usine A est supérieur à 40
- ☐ On ne peut confirmer que le rendement dans l'usine A est inférieure à 40
- ☐ Le rendement dans l'usine A est différent de 40

d. On veut maintenant savoir si l'usine A a le même rendement que le rendement μ_B d'un autre usine B. Le problème de test d'hypothèse est :

- ☐ H_0: $\mu_A = \mu_B$, $H_1 : \mu_A < \mu_B$
- ★ H_0: $\mu_A = \mu_B$, $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$
- ☐ H_0: $\mu_A \leq \mu_B$, $H_1 : \mu_A > \mu_B$
- ☐ H_0: $\mu_A \neq \mu_B$, $H_1 : \mu_A = \mu_B$

On donne quelques quantiles que vous pouvez utiliser :

Loi normale : $z_{0.975} = 1.96$; $z_{0.95} = 1.64$;
Loi de Student : $t_{0.975,11} = 2.201$
Loi de khi-deux : $\chi_{0.975,11} = 21.9$; $\chi_{0.025,11} = 3.82$