

Examen de statistique (durée 1 heure)

**Partie I**

Répondez par **Vrai** ou **Faux** (Une bonne réponse +0,5pt, une mauvaise réponse -0,5pt)

1. Lorsqu'un événement est certain, sa probabilité est 0,5. ☐ Vrai ☐ Faux
2. Si la réalisation d'un événement A n'est pas influencée par la réalisation d'un événement B et inversement, A et B sont alors deux événements incompatibles. ☐ Vrai ☐ Faux
3. Si  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  (contraires de A et de B) sont indépendants alors A et B sont indépendants. ☐ Vrai ☐ Faux
4. L'espérance mathématique d'une variable aléatoire centrée réduite est égale à 1. ☐ Vrai ☐ Faux
5. Une expérience dont l'issue comporte seulement deux résultats possibles (succès ou échec) s'appelle expérience binomiale. ☐ Vrai ☐ Faux
6. La loi binomiale dépend de deux paramètres, la moyenne  $np$  et l'écart-type  $\sqrt{np(1-p)}$ . ☐ Vrai ☐ Faux
7. Le nombre moyen de succès d'une variable de loi binomiale  $B(n = 30, p = 0,2)$  est 8. ☐ Vrai ☐ Faux
8. Pour une distribution normale la moyenne est toujours supérieure à la médiane. ☐ Vrai ☐ Faux
9. Le modèle normal présente une courbe en forme de cloche, mais ne sera pas symétrique à moins que la moyenne ne soit plus grande que l'écart-type. ☐ Vrai ☐ Faux
10. Le pourcentage des données d'une distribution normale, situées entre la moyenne  $\mu$  et  $+\infty$ , est toujours égal à 0,5. ☐ Vrai ☐ Faux
11. Un paramètre permet d'estimer une statistique. ☐ Vrai ☐ Faux
12. Plus la taille de l'échantillon est importante, plus l'erreur-type de la moyenne de l'échantillon est importante. ☐ Vrai ☐ Faux
13. Les paramètres d'une population sont des quantités aléatoires. ☐ Vrai ☐ Faux
14. Le meilleur estimateur ponctuel pour estimer la moyenne d'une population est la moyenne de l'échantillon. ☐ Vrai ☐ Faux
15. Si la distribution d'une variable est normale, la distribution de la moyenne de l'échantillon est normale. ☐ Vrai ☐ Faux
16. Le niveau de confiance est toujours associé au paramètre qu'on veut estimer. ☐ Vrai ☐ Faux
17. Un intervalle de confiance est toujours centré sur la valeur de l'estimateur du paramètre. ☐ Vrai ☐ Faux
18. Plus le niveau de confiance associé à l'intervalle est élevé, plus l'amplitude de l'intervalle est petite. ☐ Vrai ☐ Faux
19. Pour le même niveau de confiance et le même écart-type, plus la taille de l'échantillon sera élevée, plus la marge d'erreur sera faible. ☐ Vrai ☐ Faux
20. La distribution de Student est symétrique par rapport à 0. ☐ Vrai ☐ Faux

**Partie II : (Choisir la bonne réponse dans le cas d'une qcm, sinon il faut donner la réponse avec justification)**

- A. [+1,5pt] On lance deux dés et on s'intéresse à la somme des deux résultats. Notons  $X$  la v.a. somme des deux chiffres.
- a. Le nombre de valeurs que peut prendre la v.a.  $X$  est ☐ 11 ☐ 15 ☐ 30 ☐ 36
  - b. La probabilité d'obtenir la valeur 7 est ☐ 4/30 ☐ 5/30 ☐ 6/30 ☐ 5/36
  - c. Si on calcule la probabilité  $p$  d'avoir un résultat pair, on constate que  
☐  $p > P(\text{le résultat est impair})$  ☐  $p < P(\text{le résultat est impair})$  ☐ On a plutôt l'égalité

B. [1,5pt] Le revenu d'emploi moyen d'une région est de 5600 DH par mois, en admettant que le revenu d'emploi de cette région est distribué selon une loi normale d'écart-type  $\sigma=500$ .

- a. 50% des employés ont un revenu inférieur à
- b. 70,2% des employés ont un revenu supérieur à

C. [1pt] Soit  $Z \sim N(0,1)$ , la probabilité  $P(|Z| \leq 1,96)$  est :

- 

D. [1pt] Si  $Z \sim N(\mu, \sigma)$ , la valeur  $k$  pour laquelle  $P(\mu \leq X \leq \mu + k \sigma) = 0,195$  est

- 

E. [3,5pt] Dans une entreprise, on connaît qu'un pourcentage  $p$  des bons de commande du département des achats comportaient au moins une non-conformité (date manquante, n° de produit incomplet ou incorrect,...). On prélève au hasard  $n = 12$  bons de commande et on s'intéresse à la v.a.  $X$  nombre de commandes qui présentent au moins une non-conformité.

- a.  $X$  suit une loi de
- b. La probabilité  $P(X = k)$  est égale
- c. Dans le cas où  $p = 5\%$ , la probabilité d'obtenir deux bons de commandes non-conformes parmi les 12 prélevés est
- d. En réalité  $p$  est inconnu et on veut l'estimer par
- e. On a trouvé un seul bon de commande non-conforme, une estimation de  $p$  est
- f. L'intervalle de confiance à 96% de  $p$  est [réponse avec justification]

F. [1,5points] Dans une élection, on désire estimer la proportion d'électeurs qui favorisent le candidat A, avec une erreur d'estimation de  $\pm 1\%$  en utilisant un intervalle de confiance de niveau de confiance 95%. Le nombre minimal d'électeurs qu'on doit observer est [réponse avec justification]