

Examen de statistique (durée 1 heure)

Partie I

Répondez par **Vrai** ou **Faux** (Une bonne réponse +0,5pt, une mauvaise réponse -0,5pt)

1. Lorsqu'un événement est certain, sa probabilité est 0,5. Vrai Faux
2. Si la réalisation d'un événement A n'est pas influencée par la réalisation d'un événement B et inversement, A et B sont alors deux événements incompatibles. Vrai Faux
3. Si \bar{A} et \bar{B} (contraires de A et de B) sont indépendants alors A et B sont indépendants. Vrai Faux
4. L'espérance mathématique d'une variable aléatoire centrée réduite est égale à 1. Vrai Faux
5. Une expérience dont l'issue comporte seulement deux résultats possibles (succès ou échec) s'appelle expérience binomiale. Vrai Faux
6. La loi binomiale dépend de deux paramètres, la moyenne np et l'écart-type $\sqrt{np(1-p)}$. Vrai Faux
7. Le nombre moyen de succès d'une variable de loi binomiale $B(n = 30, p = 0,2)$ est 8. Vrai Faux
8. Pour une distribution normale la moyenne est toujours supérieure à la médiane. Vrai Faux
9. Le modèle normal présente une courbe en forme de cloche, mais ne sera pas symétrique à moins que la moyenne ne soit plus grande que l'écart-type. Vrai Faux
10. Le pourcentage des données d'une distribution normale, situées entre la moyenne μ et $+\infty$, est toujours égal à 0,5. Vrai Faux
11. Un paramètre permet d'estimer une statistique. Vrai Faux
12. Plus la taille de l'échantillon est importante, plus l'erreur-type de la moyenne de l'échantillon est importante. Vrai Faux
13. Les paramètres d'une population sont des quantités aléatoires. Vrai Faux
14. Le meilleur estimateur ponctuel pour estimer la moyenne d'une population est la moyenne de l'échantillon. Vrai Faux
15. Si la distribution d'une variable est normale, la distribution de la moyenne de l'échantillon est normale. Vrai Faux
16. Le niveau de confiance est toujours associé au paramètre qu'on veut estimer. Vrai Faux
17. Un intervalle de confiance est toujours centré sur la valeur de l'estimateur du paramètre. Vrai Faux
18. Plus le niveau de confiance associé à l'intervalle est élevé, plus l'amplitude de l'intervalle est petite. Vrai Faux
19. Pour le même niveau de confiance et le même écart-type, plus la taille de l'échantillon sera élevée, plus la marge d'erreur sera faible. Vrai Faux
20. La distribution de Student est symétrique par rapport à 0. Vrai Faux

Partie II : (Choisir la bonne réponse dans le cas d'une qcm, sinon il faut donner la réponse avec justification)

- A. [+1,5pt] On lance deux dés et on s'intéresse à la somme des deux résultats. Notons X la v.a. somme des deux chiffres.
 - a. Le nombre de valeurs que peut prendre la v.a. X est 11 15 30 36
 - b. La probabilité d'obtenir la valeur 7 est 4/30 5/30 6/30 5/36
 - c. Si on calcule la probabilité p d'avoir un résultat pair, on constate que

$p > P(\text{le résultat est impair})$	$p < P(\text{le résultat est impair})$	On a plutôt l'égalité
--	--	-----------------------

B. [1,5pt] Le revenu d'emploi moyen d'une région est de 5600 DH par mois, en admettant que le revenu d'emploi de cette région est distribué selon une loi normale d'écart-type $\sigma=500$.

- a. 50% des employés ont un revenu inférieur à 4500 5000 5600 Autre
- b. 70,2% des employés ont un revenu supérieur à 5237 5335 5421 Autre

C. [1pt] Soit $Z \sim N(0,1)$, la probabilité $P(|Z| \leq 1,96)$ est :

- 0,9544 0,6826 0,95 Aucune des réponses précédentes

D. [1pt] Si $Z \sim N(\mu, \sigma)$, la valeur k pour laquelle $P(\mu \leq X \leq \mu + k\sigma) = 0,195$ est

- 2,12 1,5 0,51 0,35

E. [3,5pt] Dans une entreprise, on connaît qu'un pourcentage p des bons de commande du département des achats comportaient au moins une non-conformité (date manquante, n° de produit incomplet ou incorrect,...). On prélève au hasard $n = 12$ bons de commande et on s'intéresse à la v.a. X nombre de commandes qui présentent au moins une non-conformité.

- a. X suit une loi de Bernoulli binomiale Poisson géométrique
- b. La probabilité $P(X = k)$ est égale pq^{k-1} $p^k q^{1-k}$ $C_n^k p^k q^{n-k}$ $e^{-np} (np)^k / (np)!$
- c. Dans le cas où $p = 5\%$, la probabilité d'obtenir deux bons de commandes non-conformes parmi les 12 prélevés est 0,0988 0,2301 0,3837 Autre
- d. En réalité p est inconnu et on veut l'estimer par \bar{X}_n $\bar{X}_n(1 - \bar{X}_n)$ \bar{X}_n^2 $\bar{X}_n / (1 - \bar{X}_n)$
- e. On a trouvé un seul bon de commande non-conforme, une estimation de p est 8,33% 7,64% 0,69% 9,09%

f. L'intervalle de confiance à 96% de p est [réponse avec justification]

F. [1,5points] Dans une élection, on désire estimer la proportion d'électeurs qui favorisent le candidat A, avec une erreur d'estimation de $\pm 1\%$ en utilisant un intervalle de confiance de niveau de confiance 95%. Le nombre minimal d'électeurs qu'on doit observer est [réponse avec justification]