Série d'exercices $\mathbf{n^\circ 1}$

Questions à Choix Multiples :

1. La moyenne arithmétique $\overline{X}$ d'un échantillon est une ...

   A. valeur numéique **B.** Statistique-échantillon
   C. variable déterministe **D.** caractéristique de la population

2. La valeur $\bar{x}$ prise par $\overline{X}$ est une ...

   A. valeur numérique **B.** Statistique-échantillon
   C. variable aléatoire **D.** caractéristique de la population

3. La probabilité que la moyenne de l'échantillon soit exactement égale à la moyenne d'une grande population est:

   A. petite **B.** nulle. **C.** grande **D.** moyenne

4. Pour l'estimation de la moyenne μ, l'erreur d'échantillonnage est ...

   A. $E(|\overline{X}-\mu|)$ **B.** $|\overline{X}-\mu|$ **C.** $E[(\overline{X}-\mu)^2]$ **D.** $\sigma_{\overline{X}}$

5. Pour un échantillon de grande taille, la distribution d'échantillonnage de $\overline{X}$ est une

   A. Normale standard **B.** Binomiale **C.** Normale **D.** Bernoulli

6. Pour l'estimation d'une proportion p, l'erreur-type du $\overline{P}$ d'un ESSR, est ...

   A. $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ **B.** nulle **C.** $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ **D.** $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

7. L'échantillonnage stratifié est adéquat lorsque les variances inter-strates sont importantes et les variances intra-strates sont ....

   A. importantes **B.** faibles **C.** différentes **D.** égaux

8. L'échantillonnage par grappes est adéquat lorsque les variances inter-grappes sont faibles et les variances intra-grappes sont ....

   A. importantes **B.** faibles **C.** différentes **D.** égaux

Exercice 1. Considérez une population finie composée de cinq éléments notés A, B, C, D, et E.
1-Enumérez tous les échantillons simples aléatoires ESSR et ESAR possibles de taille égales à 2?
2- Quelle la probabilité que chaque échan(tillon de taille deux soit selectionné?
3- Supposez que le nombre aléatoire 1 coressponde à A, le nombre aléatoire 2 corrésponde à B, etc. Définissez l'échantillon aléatoire de taille deux qui sera sélectionné en utilisant les chiffres 8 0 5 7 5 3 2.

Exercice 2. Trois firmes ont des inventaires différents par leur taille. La firme A a une population de 2000 pièces, La firme B a une population de 5000 pièces et la firme C a une population de $10\ 000$ pièces. L'écart type de la population pour le coût d'une pièce est de $\sigma = 144$.

1. En utilisant le facteur d'exhaustivité, calculez l'erreur type pour chacune des trois firmes, étant donné que les échantillons sélectionnés sont de type ESSR et de taille 50.
2. Quelle est la probabilité que pour chaque firme, la moyenne d'échantillon $\overline{X}$ s'écarte au plus de ± 25 de la moyenne de la population μ.

Exercice 3. Selon la magazine *USA Today*, le nombre moyen des jours par an passés sur les routes pour un représentant commercial est égal à μ inconnu, l'écart type est 60 jours par an. Supposez que ces résultats soient associés à la population des représentants commerciaux et qu'un échantillon de 100 représentants soit sélectionné.

1. Quelle est la valeur de l'écart type de la moyenne ?
2. Quelle est la probabilité que la moyenne d'échantillon soit supérieur à 115 jours par an ?
3. Quelle est la probabilité que la moyenne d'échantillon s'écarte au plus de ± 5 jours de la moyenne de la population ?
4. Quelle est la taille minimum de l'échantillon qui garantit à 99% que la la moyenne d'échantillon s'écarte au plus de ± 5 jours de la moyenne de la population?

Exercice 4. Une compagnie d'assurance constate que chaque année $p = 4\%$ de ces assurés font un accident par ans. Posons X le nombre de sinistre à payer au cours d'une année dans laquelle la compagnie gère $100\,000$ dossiers.

1. Déterminez la loi exacte de la variable aléatoire X et déduisez la probabilité pour que la compagnie n'ait pas de sinistre à payer.
2. En utilisant une approximation adéquate, déterminez la probabilité que la compagnie payeras plus de 3500 risques assurés.
3. La compagnie veut mettre à jour son estimation de p, Déterminer la taille minimale d'échantillon (ESSR) qui garantit à 95%, une estimation précise à 1% près.

Exercice 5. Des briques sont fabriquées selon une technique qui assure un poids normalement distribué d'espérance 1.6 kg et d'écart type 30 g. On prélève un échantillon aléatoire simple avec remise, de moyenne $\overline{X}$.

1. Quel est l'écart type de $\overline{X}$, lorsque sa taille vaut 50 et lorsqu'elle vaut 100?
2. Quelle est la loi de $\overline{X}$?
3. À partir de quelle taille de l'échantillon on aura plus de 95% de chance, pour que la moyenne $\overline{X}$ s'écartera-t-elle de sa valeur espérée de moins de 20 g?
4. Supposons qu'on prélève deux échantillons indépendants I et II de tailles respectives 50 et 100 briques. On considère leurs deux moyennes respectives $\bar{X}_I$ et $\bar{X}_{II}$. Quelle est la loi de $\bar{X}_I - \bar{X}_{II}$? Déduisez la probabilité que les moyennes des deux échantillons diffèrent de plus de 10 g?