

Série d'exercices n°2

**Exercice 1.** On s'intéresse à la réussite des entreprises au cours de l'année 2006. Notons  $p$  la probabilité de faillite d'une entreprise en cette année 2006. Pour étudier ce paramètre  $p$ , on a prélevé un échantillon aléatoire simple avec remise de  $n$  entreprises en activité au début de l'année 2006, et on a relevé pour chaque entreprise si oui ou non une faillite avait eu lieu au cours de l'année.

1. Déterminez l'estimateur de  $p$  obtenu par : (a) la méthode des moments ; (b) par la méthode du maximum de vraisemblance.
2. Recherchez les propriétés de ces estimateurs (biais, convergence, efficacité).

**Exercice 2.** Soit un ESAR  $(X_1, \dots, X_n)$  d'une v. a.  $X$ , distribuée suivant la loi, pour  $\theta > 0$  : distribué suivant une loi exponentiel :

$$f(x, \theta) := \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x \geq 0; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Déterminez, à partir de cet échantillon, les estimateurs de  $\theta$  obtenus par la méthode des moments et par la méthode du maximum de vraisemblance. Recherchez les propriétés de ces estimateurs.

**Exercice 3.** Une entreprise mène une politique de formation du personnel. Au cours de l'année l'ensemble de ces 200 employés ont suivi une même formation intitulée «FC». Le directeur s'intéresse à l'ancienneté de ces employés ainsi qu'à leur satisfaction de la FC.

**I.** Le directeur a demandé à un nombre  $n$  de ces employés choisis au hasard avec remise (ESAR) leurs ancienneté dans l'entreprise: la moyenne échantillon est  $\bar{x} = 68$  mois et l'écart-type échantillon  $S = 24$  mois. Déterminer les intervalles de confiance à 90% de l'ancienneté moyenne des employés dans les cas suivants  $n = 50$  et  $n = 9$ .

**II.** Le directeur a demandé à 50 de ces employés s'ils étaient satisfait de la FC ; 40 se sont déclarés satisfaits.

1. Supposons que les employés sont choisis au hasard et avec remise. Déterminer l'intervalle de confiance à 90% de la proportion des employés satisfaits de la formation.
2. Supposons maintenant que les employés sont choisis au hasard et sans remise.
  - a. Dans ces conditions peut on affirmer que L'ESSR donneras approximativement les mêmes résultats que l'ESAR? pourquoi?
  - b. Proposer un intervalle de confiance à 90% de la proportion des employés satisfaits de la formation.
  - c. Déterminer la taille minimum  $n$  de l'échantillon nécessaire afin que l'erreur absolue de l'estimation (toujours à 90%) ne dépasse pas 5%.

**Exercice 4.** Un fabricant de GSM s'inquiète de l'autonomie en veille de ses appareils. Il fait prélever un échantillon de 12 GSM, et on relève les autonomies suivantes (en heures) :

75 77 79 80 77 76 80 81 83 72 80 76

On supposera connue la variance de la distribution de l'autonomie des GSM :  $\sigma^2 = 9$ .

1. Déterminer un intervalle de confiance à 95% de  $\mu$  : l'autonomie moyenne des GSM produits, sachant que l'autonomie de ceux-ci peut être considérée comme distribuée normalement.

**Exercice 5.** Dans le cadre d'une étude de marketing, on analyse la consommation de lessive des ménages. Sur la base d'un échantillon aléatoire simple de 100 ménages, on a observé une consommation moyenne de 14 kilos avec un écart-type  $\sigma$  de 2 kilos. D'autre part, 30%, des personnes interrogées accordaient leur préférence à un produit sans phosphates.

1. Construisez un intervalle de confiance à 95% pour l'espérance de la quantité consommée de lessive.

**Exercice 6.** On dispose de 10 prix de clôture d'une action A et de 16 prix de clôture d'une action B. Pour chacune des deux séries de prix, on a mesuré la moyenne et l'écart type correspondant. On a eu pour le premier échantillon respectivement 1.5, 2.99 ; et pour le second échantillon respectivement : 3.4, 1.96.

1. Construisez un intervalle de confiance de 95% pour chacune des prix moyens des deux actions.
2. Construisez un intervalle de confiance de 95% pour chacune des variances des prix des deux actions.

**Exercice 7.** Un échantillon aléatoire de 1367 diplômés d'université, délivrés en 1984, a donné la répartition suivante (Source : Abrégé Stat. des U.S.A., 1981. p.146):

Sexe	Diplôme		
	Licence	Maîtrise	Doctorat
Masculin	534	144	22
Féminin	515	141	11

1. Au niveau  $\alpha = 95\%$ , estimer par intervalle de confiance la proportion des docteurs masculins et celle des docteurs féminins.